

Ce TD est l'occasion de s'exercer à la résolution de problèmes à base de graphes et d'approfondir la compréhension des problèmes traités en cours. Il adresse notamment le problème du flot maximum.

### Exercice 1 : Pompe à eau

Une société de distribution d'eau dispose de 3 pompes A, B et C, pour alimenter en eau 4 villages D, E, F et G. La table 1 donne les capacités de production des pompes et la table 2 renseigne la demande des villages (en  $m^3/s$ ).

Pompe	Capacité
A	45
B	25
C	30

TABLE 1 – Capacité de production des pompes

Village	Demande
D	30
E	10
F	20
G	30

TABLE 2 – Demande des villages

La situation géographique des lieux et la configuration du réseau limitent les possibilités d'approvisionnement. En effet, le réseau d'acheminement se compose de canaux directs entre pompes et villages. Un canal relie une pompe à un village avec un débit maximum à ne pas dépasser. La table 3 donne les débits maximum des canaux existants.

Pompe / Village	D	E	F	G
A	10	15	10	25
B	20		15	5
C		10	5	10

TABLE 3 – Capacité d'acheminement du réseau

Le problème que l'on souhaite résoudre est double :

- Peut-on satisfaire la demande ?
- Comment choisir les débits que chaque pompe doit délivrer dans chaque canal ?

#### Question 1

Modéliser le problème sous forme d'un problème de flot.

#### Question 2

Appliquer l'algorithme de Ford-Fulkerson pour calculer une solution au problème.

#### Question 3

Quelle est la complexité de l'algorithme de Ford-Fulkerson ? Comment pourrait-on la réduire ?

### Exercice 2 : Problème de l'évasion

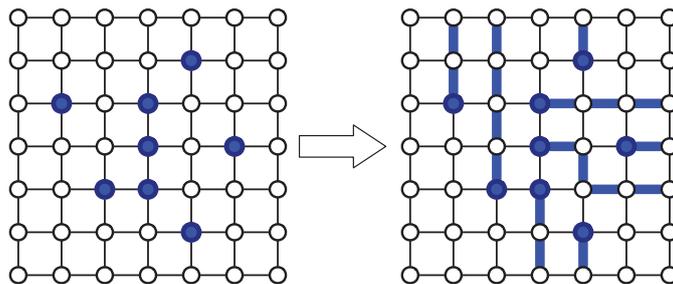
#### Question 1

Considérons une variante au problème de flot maximum où les arêtes ainsi que les sommets ont des capacités à ne pas dépasser. Proposez une transformation pour réduire ce problème au problème ordinaire du flot maximum.

#### Question 2

Considérons une grille carrée de  $n \times n$  points. On a  $m$  prisonniers dangereux dont les positions sont  $m$  points distincts de la grille ( $m < n^2$ ). Le problème de l'évasion consiste à savoir s'il existe  $m$  chemins disjoints (n'ayant

aucun point en commun) menant ces prisonniers à la sortie de la grille sans se croiser. La figure ci-dessous illustre un tel plan d'évasion.



Donnez une solution au problème de l'évasion.