

Architecture des ordinateurs III

Frédéric Boulanger

CentraleSupélec



Fondements

De l'électronique à la logique

- ▶ une tension électrique peut être nulle ou pas

Fondements

De l'électronique à la logique

- ▶ une tension électrique peut être nulle ou pas
- ▶ un transistor peut laisser passer un courant ou non

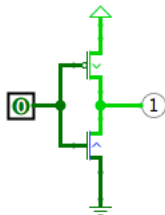


De l'électronique à la logique

- ▶ une tension électrique peut être nulle ou pas
- ▶ un transistor peut laisser passer un courant ou non
- ▶ on peut ainsi coder deux états, par exemple *vrai* et *faux*

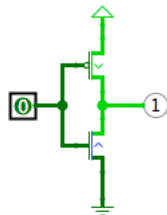
De l'électronique à la logique

- ▶ une tension électrique peut être nulle ou pas
- ▶ un transistor peut laisser passer un courant ou non
- ▶ on peut ainsi coder deux états, par exemple *vrai* et *faux*



De l'électronique à la logique

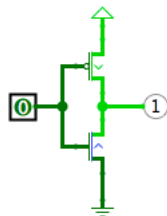
- ▶ une tension électrique peut être nulle ou pas
- ▶ un transistor peut laisser passer un courant ou non
- ▶ on peut ainsi coder deux états, par exemple *vrai* et *faux*



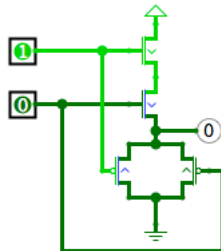
Porte NON

De l'électronique à la logique

- ▶ une tension électrique peut être nulle ou pas
- ▶ un transistor peut laisser passer un courant ou non
- ▶ on peut ainsi coder deux états, par exemple *vrai* et *faux*

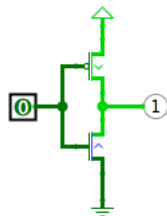


Porte NON

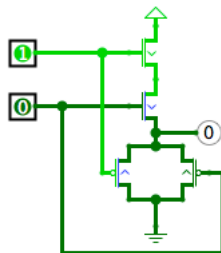


De l'électronique à la logique

- ▶ une tension électrique peut être nulle ou pas
- ▶ un transistor peut laisser passer un courant ou non
- ▶ on peut ainsi coder deux états, par exemple *vrai* et *faux*



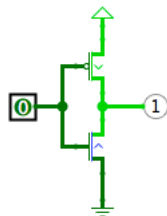
Porte NON



Porte ET

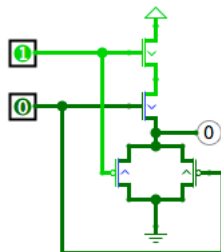
De l'électronique à la logique

- ▶ une tension électrique peut être nulle ou pas
- ▶ un transistor peut laisser passer un courant ou non
- ▶ on peut ainsi coder deux états, par exemple *vrai* et *faux*



Porte NON

Circuit Logisim



Porte ET

wdi.supelec.fr/architecture/Info/Gates

De la logique à l'arithmétique

- ▶ on compte en binaire : faux = 0, vrai = 1

De la logique à l'arithmétique

- ▶ on compte en binaire : faux = 0, vrai = 1
- ▶ addition :

| | 0 | 1 |
|---|----|----|
| 0 | 00 | 01 |
| 1 | 01 | 10 |

De la logique à l'arithmétique

- ▶ on compte en binaire : faux = 0, vrai = 1
- ▶ addition :

| | 0 | 1 |
|---|----|----|
| 0 | 00 | 01 |
| 1 | 01 | 10 |

somme = OU exclusif

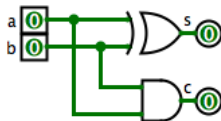
retenue = ET

De la logique à l'arithmétique

- ▶ on compte en binaire : faux = 0, vrai = 1
- ▶ addition :

| | 0 | 1 |
|---|----|----|
| 0 | 00 | 01 |
| 1 | 01 | 10 |

somme = OU exclusif
retenue = ET

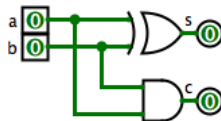


De la logique à l'arithmétique

- ▶ on compte en binaire : faux = 0, vrai = 1
- ▶ addition :

| | 0 | 1 |
|---|----|----|
| 0 | 00 | 01 |
| 1 | 01 | 10 |

somme = OU exclusif
retenue = ET



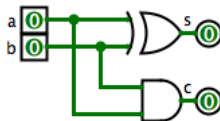
demi additionneur

De la logique à l'arithmétique

- ▶ on compte en binaire : faux = 0, vrai = 1
- ▶ addition :

| | 0 | 1 |
|---|----|----|
| 0 | 00 | 01 |
| 1 | 01 | 10 |

somme = OU exclusif
retenue = ET



demi additionneur

Circuit Logisim

wdi.supelec.fr/architecture/Info/Combi

Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$



Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$

- ▶ soustraction : addition de l'opposé



Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$

- ▶ soustraction : addition de l'opposé
- ▶ représentation des nombres négatifs : complément à 2
Sur k bits, $-n$ est représenté par $2^k - n$



Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rccccr} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$

- ▶ soustraction : addition de l'opposé
- ▶ représentation des nombres négatifs : complément à 2
Sur k bits, $-n$ est représenté par $2^k - n$
- ▶ exemple : sur 4 bits, -3 est représenté par $16 - 3 = 13$



Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rccccr} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$

- ▶ soustraction : addition de l'opposé
- ▶ représentation des nombres négatifs : complément à 2
Sur k bits, $-n$ est représenté par $2^k - n$
- ▶ exemple : sur 4 bits, -3 est représenté par $16 - 3 = 13$
- ▶ $5 - 3$ devient $5 + (16 - 3) = 5 + 13 = 18 = 16 + 2$



Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$

- ▶ soustraction : addition de l'opposé
- ▶ représentation des nombres négatifs : complément à 2
Sur k bits, $-n$ est représenté par $2^k - n$
- ▶ exemple : sur 4 bits, -3 est représenté par $16 - 3 = 13$
- ▶ $5 - 3$ devient $5 + (16 - 3) = 5 + 13 = 18 = 16 + 2$
- ▶ $2^k - n = (2^k - 1) - n + 1 = \text{complément à 1 plus 1}$



Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$

- ▶ soustraction : addition de l'opposé
- ▶ représentation des nombres négatifs : complément à 2
Sur k bits, $-n$ est représenté par $2^k - n$
- ▶ exemple : sur 4 bits, -3 est représenté par $16 - 3 = 13$
- ▶ $5 - 3$ devient $5 + (16 - 3) = 5 + 13 = 18 = 16 + 2$
- ▶ $2^k - n = (2^k - 1) - n + 1 =$ complément à 1 plus 1
- ▶ $-3 \rightarrow \overline{0011} + 1 = 1100 + 1 = 1101$



Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$

- ▶ soustraction : addition de l'opposé
- ▶ représentation des nombres négatifs : complément à 2
Sur k bits, $-n$ est représenté par $2^k - n$
- ▶ exemple : sur 4 bits, -3 est représenté par $16 - 3 = 13$
- ▶ $5 - 3$ devient $5 + (16 - 3) = 5 + 13 = 18 = 16 + 2$
- ▶ $2^k - n = (2^k - 1) - n + 1 = \text{complément à 1 plus 1}$
- ▶ $-3 \rightarrow \overline{0011} + 1 = 1100 + 1 = 1101$
- ▶ $5 - 3 \rightarrow 0101 + 1101 = 1\ 0010 \rightarrow 0010 = 2$



Arithmétique binaire

- ▶ addition : comme en base 10, mais la table est plus simple...

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 0 & 1 & 0 & (10) \\ + & 0 & 0 & 1 & 1 & (3) \\ \hline & & 1 & & & \\ = & 1 & 1 & 0 & 1 & (13) \end{array}$$

- ▶ soustraction : addition de l'opposé
- ▶ représentation des nombres négatifs : complément à 2
Sur k bits, $-n$ est représenté par $2^k - n$
- ▶ exemple : sur 4 bits, -3 est représenté par $16 - 3 = 13$
- ▶ $5 - 3$ devient $5 + (16 - 3) = 5 + 13 = 18 = 16 + 2$
- ▶ $2^k - n = (2^k - 1) - n + 1 = \text{complément à 1 plus 1}$
- ▶ $-3 \rightarrow \overline{0011} + 1 = 1100 + 1 = 1101$
- ▶ $5 - 3 \rightarrow 0101 + 1101 = 1\ 0010 \rightarrow 0010 = 2$



Fondements

Arithmétique binaire

- ▶ sur 4 bits, le plus grand entier positif est $0111 = 7$



Arithmétique binaire

- ▶ sur 4 bits, le plus grand entier positif est $0111 = 7$
- ▶ sur 4 bits, le plus petit entier négatif est $1000 = -8$



Arithmétique binaire

- ▶ sur 4 bits, le plus grand entier positif est $0111 = 7$
- ▶ sur 4 bits, le plus petit entier négatif est $1000 = -8$
- ▶ sur k bits, on peut représenter l'intervalle $[-2^{k-1}, 2^{k-1} - 1]$



Arithmétique binaire

- ▶ sur 4 bits, le plus grand entier positif est $0111 = 7$
- ▶ sur 4 bits, le plus petit entier négatif est $1000 = -8$
- ▶ sur k bits, on peut représenter l'intervalle $[-2^{k-1}, 2^{k-1} - 1]$
- ▶ débordement :
 - ▶
$$\begin{array}{rclclcl} 5 + 4 & = & 0101 + 0100 & = & 1001(9) \\ \rightarrow \overline{1001} + 1 & = & 0110 + 1 & = & 0111(-7) \end{array}$$

Arithmétique binaire

- ▶ sur 4 bits, le plus grand entier positif est $0111 = 7$
- ▶ sur 4 bits, le plus petit entier négatif est $1000 = -8$
- ▶ sur k bits, on peut représenter l'intervalle $[-2^{k-1}, 2^{k-1} - 1]$
- ▶ débordement :
 - ▶
$$\begin{array}{rclcl} 5 + 4 & = & 0101 + 0100 & = & 1001(9) \\ \rightarrow \overline{1001} + 1 & = & 0110 + 1 & = & 0111(-7) \end{array}$$
 - ▶ $-5 + -4 = 1011 + 1100 = 0111(7)$

Arithmétique binaire

- ▶ sur 4 bits, le plus grand entier positif est $0111 = 7$
- ▶ sur 4 bits, le plus petit entier négatif est $1000 = -8$
- ▶ sur k bits, on peut représenter l'intervalle $[-2^{k-1}, 2^{k-1} - 1]$
- ▶ débordement :
 - ▶
$$\begin{array}{rclcl} 5 + 4 & = & 0101 + 0100 & = & 1001(9) \\ \rightarrow \overline{1001} + 1 & = & 0110 + 1 & = & 0111(-7) \end{array}$$
 - ▶ $-5 + -4 = 1011 + 1100 = 0111(7)$

Octal et hexadécimal

Arithmétique binaire

- ▶ sur 4 bits, le plus grand entier positif est $0111 = 7$
- ▶ sur 4 bits, le plus petit entier négatif est $1000 = -8$
- ▶ sur k bits, on peut représenter l'intervalle $[-2^{k-1}, 2^{k-1} - 1]$
- ▶ débordement :
 - ▶
$$\begin{aligned} 5 + 4 &= 0101 + 0100 = 1001(9) \\ \rightarrow \overline{1001} + 1 &= 0110 + 1 = 0111(-7) \end{aligned}$$
 - ▶ $-5 + -4 = 1011 + 1100 = 0111(7)$

Octal et hexadécimal

- ▶ octal (base 8) :
 $179 = 128 + 32 + 16 + 2 + 1 = 10\ 110\ 011_2 = 263_8$

Arithmétique binaire

- ▶ sur 4 bits, le plus grand entier positif est $0111 = 7$
- ▶ sur 4 bits, le plus petit entier négatif est $1000 = -8$
- ▶ sur k bits, on peut représenter l'intervalle $[-2^{k-1}, 2^{k-1} - 1]$
- ▶ débordement :
 - ▶
$$\begin{aligned} 5 + 4 &= 0101 + 0100 = 1001(9) \\ \rightarrow \overline{1001} + 1 &= 0110 + 1 = 0111(-7) \end{aligned}$$
 - ▶ $-5 + -4 = 1011 + 1100 = 0111(7)$

Octal et hexadécimal

- ▶ octal (base 8) :
 $179 = 128 + 32 + 16 + 2 + 1 = 10\ 110\ 011_2 = 263_8$
- ▶ hexadécimal (base 16) :
 $179 = 128 + 32 + 16 + 2 + 1 = 1011\ 0011_2 = B3_{16}$



Fondements

Matt Parker half-adder

Logique séquentielle

- ▶ Les circuits vus jusqu'ici calculent des fonctions



Fondements

Matt Parker half-adder

Logique séquentielle

- ▶ Les circuits vus jusqu'ici calculent des fonctions
- ▶ Ils n'ont pas d'état et ne mémorisent pas de valeurs

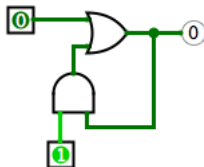


Fondements

Matt Parker half-adder

Logique séquentielle

- ▶ Les circuits vus jusqu'ici calculent des fonctions
- ▶ Ils n'ont pas d'état et ne mémorisent pas de valeurs
- ▶ Mémoriser une valeur :



circuit

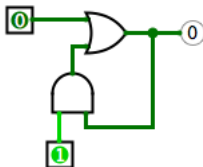


Fondements

Matt Parker half-adder

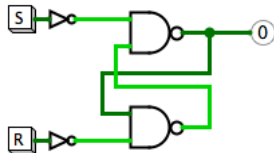
Logique séquentielle

- ▶ Les circuits vus jusqu'ici calculent des fonctions
- ▶ Ils n'ont pas d'état et ne mémorisent pas de valeurs
- ▶ Mémoriser une valeur :



circuit

- ▶ Bascule SR :



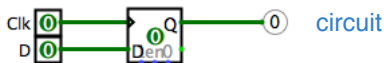
circuit

Logique séquentielle

- ▶ la bascule SR mémorise la dernière entrée passée à 0

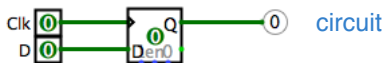
Logique séquentielle

- ▶ la bascule SR mémorise la dernière entrée passée à 0
- ▶ en combinant plusieurs étages de mémorisation, on peut réaliser un circuit qui mémorise la valeur d'une de ses entrées (D) lorsque l'autre (Clk) passe de 0 à 1 : bascule D maître-esclave



Logique séquentielle

- ▶ la bascule SR mémorise la dernière entrée passée à 0
- ▶ en combinant plusieurs étages de mémorisation, on peut réaliser un circuit qui mémorise la valeur d'une de ses entrées (D) lorsque l'autre (Clk) passe de 0 à 1 : bascule D maître-esclave



- ▶ plusieurs bascules D en parallèle constituent un registre [exemple](#)

Suite...

Ordinateurs

